

QUELQUES ASPECTS CONCERNANT LA MODELISATION DU DECHARGEMENT DANS LES MASSIFS DE SOLS

Jean-Pierre Magnost, Philippe Mestat, Nasser Arafati.
Laboratoire central des ponts et chaussées, Paris.

Résumé : Cet article est consacré au déchargement dans les massifs de sols. Des résultats d'essais menés en laboratoire sont rappelés. La modélisation du déchargement dans les lois de comportement est décrite. Et des calculs par éléments finis montrent l'étendue des zones en déchargement dans les massifs de sol soumis à un creusement.

1. Introduction

Le comportement des massifs de sol soumis à un déchargement constitue un problème important en géotechnique, car ce type de comportement intervient dans de nombreux domaines. On peut citer notamment la construction d'ouvrages souterrains (tunnels, lieux de stockage), la réalisation d'excavations à ciel ouvert (ouvrages de soutènement, phases de construction d'un ouvrage) ou encore l'effet des cycles de chargement-déchargement-rechargement sur les structures (séisme, houle). La notion de déchargement est également liée à l'un des concepts fondamentaux de la mécanique des sols, à savoir le concept de surconsolidation des sols au cours de l'histoire géologique.

Les résultats des essais de laboratoire menés sur des éprouvettes de sol ont permis d'étudier le problème du déchargement dans des cas particuliers de sollicitations et de quantifier les relations entre les contraintes, les déformations et leurs incréments. Après avoir défini de manière mécanique la notion de déchargement dans le cas de l'hypoélasticité et de l'élastoplasticité, de nombreux auteurs ont ainsi pu compléter les lois de comportement des géomatériaux et les introduire dans un code de calcul par les éléments finis. Cet article a pour objet de mettre en évidence, de manière approchée, l'étendue des régions de sol en déchargement mécanique dans la modélisation du comportement de deux types d'ouvrage (l'excavation dans un terrain et le creusement d'un tunnel), ceci afin de pouvoir mieux représenter les mouvements de sol au cours d'un déchargement.

Il convient de préciser que cet article ne concerne que le problème du déchargement monotone des sols à partir d'un certain état d'équilibre, obtenu après un chargement également monotone. Même si les développements présentés peuvent être appliqués à des cas de chargement ne comportant que peu de cycles, les aspects liés au chargement cyclique ne sont pas considérés.

2. Essais de laboratoire et comportement au déchargement

Les essais de laboratoire montrent généralement que le comportement au déchargement est différent du comportement au chargement. Ainsi, les essais triaxiaux les plus simples mettent bien en évidence cette différence de comportement. Le cycle de déchargement-rechargement peut faire apparaître une boucle d'hystérésis plus ou moins prononcée selon le matériau utilisé (figure 1).

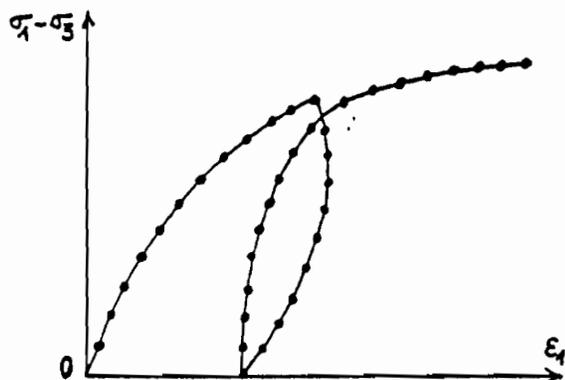


Fig. 1 Essai triaxial de compression

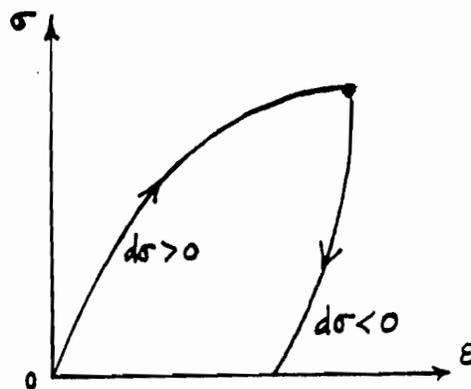


Fig. 2 Cas unidimensionnel.

Les modules au déchargement, déduits des courbes contraintes-déformations obtenues à l'appareil triaxial ou à l'oedomètre sur des sables ou des argiles, sont toujours plus élevés que les modules au chargement ou au rechargement. Des études sur les sables à l'aide d'essais triaxiaux de compression sur éprouvettes cylindriques ont ainsi montré que les modules d'Young tangents au déchargement sont de un à trois fois plus élevés que les modules d'Young tangents au chargement (Wong et Duncan, 1974) tandis que les modules au déchargement et au rechargement sont en général confondus.

L'analyse quantitative des résultats de ces essais ne peut être réalisée indépendamment d'un cadre théorique qui permet de guider le rhéologue dans la construction de la loi de comportement.

3. Lois de comportement et modélisation du déchargement

Les deux principaux cadres théoriques utilisés par les rhéologues sont l'hypoélasticité et l'élastoplasticité, qui permettent de définir des modules différents au cours d'un chargement et d'un déchargement.

Cependant, la définition d'un déchargement, au sens mécanique du terme, ne paraît évidente que dans le cas d'un essai à chemins de contraintes imposés pour lequel l'état de contraintes est homogène et ne varie que dans une seule direction, notée σ (exemples : essais triaxiaux drainés de compression, d'extension ou à pression moyenne constante, etc.). Si la variation est croissante ($d\sigma > 0$), l'éprouvette de sol est chargée, si la variation est décroissante ($d\sigma < 0$), l'éprouvette est déchargée (figure 2). La prise en compte d'un éventuel radoucissement complique cette définition, mais ne pose pas de difficulté particulière, il suffit d'adjoindre un test sur la variation de la déformation $d\epsilon$ pour distinguer, en condition radoucissante, le déchargement d'un chargement (figure 3). Ce dernier type de comportement n'est pas considéré dans cet article.

En revanche, pour un ouvrage dans lequel l'état de contraintes n'est pas homogène et varie d'intensité et de direction en tout point, la notion de déchargement n'est plus évidente et devient dépendante du cadre théorique choisi.

3.1 Cas d'un matériau hypoélastique

D'une manière générale et en dehors de l'élastoplasticité, la notion de déchargement est liée à celle du travail incrémental d'une déformation $d\varepsilon_{ij}$ dans un état de contraintes σ_{ij} . Ce travail, noté dW , est alors exprimé sous la forme suivante :

$$dW = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} .$$

Si $dW > 0$, le point matériel est en chargement, si $dW < 0$, le point matériel est en déchargement et, si $dW = 0$, le point matériel est dans un état neutre. Cette définition permet de retrouver la notion intuitive de déchargement lorsque celle-ci est en fait unidirectionnelle (une seule direction de contrainte intervient dans le chargement).

Dans le cas d'un matériau hypoélastique et isotrope, le travail incrémental peut être exprimé en fonction des paramètres mécaniques et de l'état de contraintes. La relation de comportement hypoélastique s'écrit

$$E d\varepsilon_{ij} = (1 + \nu) d\sigma_{ij} - \nu d\sigma_{kk} \delta_{ij}$$

où E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson qui peuvent dépendre eux-mêmes de l'état de contraintes, δ_{ij} est le tenseur de Kronecker.

En multipliant la loi de comportement par σ_{ij} , on peut exprimer le travail dW sous la forme suivante en faisant apparaître les invariants du tenseur des contraintes :

$$3 E dW = 2 (1 + \nu) q dq + 9 (1 - 2 \nu) p dp$$

où q est la contrainte déviatorique et p la contrainte moyenne définies par

$$p = [\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}] / 3$$

$$2 q^2 = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{yy})^2 \\ + 6 \sigma_{xy}^2 + 6 \sigma_{xz}^2 + 6 \sigma_{yz}^2$$

Par ailleurs, la condition d'énergie de déformation positive impose les inégalités suivantes : $E > 0$ et $-1 < \nu < 0,5$ (en fait $0 < \nu < 0,5$ pour les sols). Aussi, pour que le travail incrémental change de signe, il faut que les produits ($q dq$) ou/et ($p dp$) changent de signe. Si l'on suppose que le coefficient de Poisson ne dépend pas de l'état des contraintes, il est possible d'étudier ces changements dans un plan (p, q).

Le travail incrémental peut se mettre sous la forme suivante :

$$3 E dW = 2 (1 + \nu) [q dq + \alpha p dp] \quad \text{avec } \alpha = 9 (1 - 2 \nu) / [2(1 + \nu)]$$

Alors, pour tout point M de coordonnées (p_0, q_0) , la condition $dW = 0$ met en évidence une droite de pente $(-\alpha p_0 / q_0)$ qui partage le plan (p, q) en deux demi-plans. Tous les chemins situés au-dessus de cette droite sont des chemins en chargement, et tous les chemins situés au-dessous sont en déchargement (figure 4).

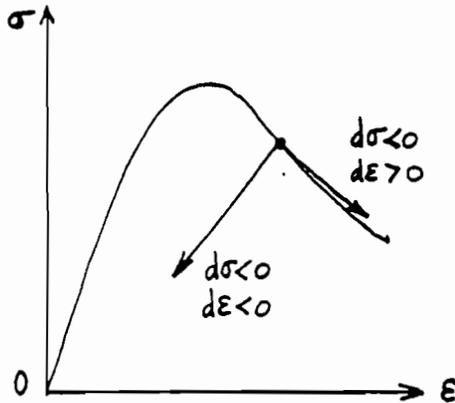


Fig. 3 Problème unidimensionnel
Cas du radoucissement

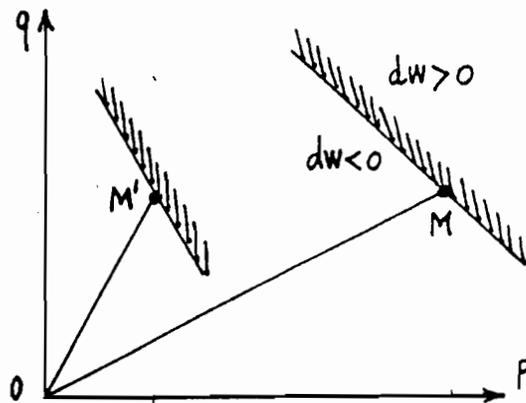


Fig. 4 Zone en déchargement
dans le plan (p, q)

Ainsi, selon que le signe du travail incrémental est positif ou négatif (voire nul), le module d'Young a une valeur différente (cas de l'hypoélasticité linéaire) ou une expression différente en fonction de l'état de contraintes (cas de l'hypoélasticité non linéaire) (Wong et Duncan, 1974; Desai et Siriwardane, 1984). Il est donc intéressant d'étudier les variations de ces quantités en chaque point d'intégration d'une modélisation par les éléments finis afin de distinguer les zones potentielles de déchargement. Une telle analyse est développée en 4.

3.2 Cas d'un matériau élastoplastique

Pour un matériau élastoplastique, la notion mécanique de déchargement est liée à la définition de la plasticité du point matériel. Un point est dit en chargement plastique lorsque

$$F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = dF(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \text{ et } (\partial F / \partial \sigma_{ij}) d\sigma_{ij} > 0$$

et un point est dit en déchargement élastique lorsque

$$F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) < 0 \text{ ou } F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \text{ et } (\partial F / \partial \sigma_{ij}) d\sigma_{ij} < 0$$

où (ε_{ij}^p) est le tenseur des déformations plastiques et F la fonction de charge qui définit le domaine élastique.

La notion de "chargement plastique" est différente de la notion présentée précédemment, elle ne concerne que les points plastiques situés sur la frontière du domaine élastique et elle indique si l'accroissement de contraintes $(d\sigma_{ij})$ a tendance à sortir du domaine élastique (alors la forme de ce domaine évolue s'il y a écrouissage) ou à rentrer dans le domaine élastique (figure 5).

Par ailleurs, pour un point élastoplastique, le travail incrémental dW peut se décomposer comme suit

$$dW = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = dW^e + dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^e + \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p$$

A l'intérieur du domaine élastique, la déformation plastique est nulle ou n'évolue pas ($d\varepsilon^p_{ij} = 0$). La définition "hypoélastique" du chargement peut s'appliquer et des points peuvent être en chargement élastique ($dW^e > 0$) ou en déchargement élastique ($dW^e < 0$) (figure 6).

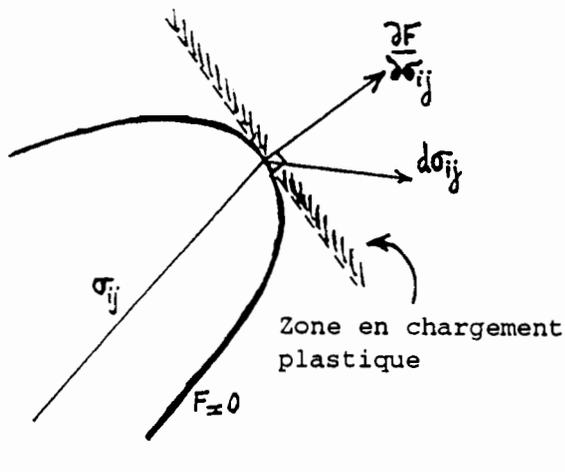


Fig. 5 Cas d'un chargement plastique

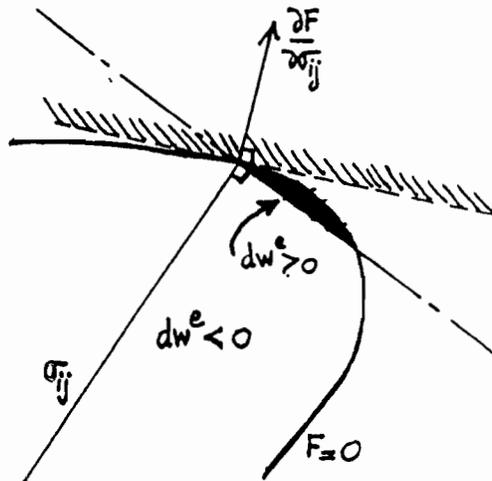


Fig. 6 Zones de comportement dans l'espace des contraintes

Dans le domaine élastoplastique ($F(\sigma_{ij}, \varepsilon^p_{ij}) = 0$), en utilisant la loi d'écoulement et le potentiel plastique G , le travail incrémental peut être mis sous la forme suivante :

$$dW = dW^e + dW^p = dW^e + d\lambda \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \right) d\sigma_{ij}$$

où $d\lambda$ est le multiplicateur plastique (strictement positif ou nul) introduit dans la loi d'écoulement. Comme le travail plastique correspond à un travail irréversible, W^p ne peut être que positif ou nul dans tout cycle de chargement et déchargement : ceci impose donc au travail incrémental dW^p d'être positif ou nul.

Par exemple, pour un matériau de Mohr-Coulomb, le travail incrémental s'écrit en tenant compte du critère de plasticité :

$$dW = dW^e + d\lambda [(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) (\sin \psi - \sin \varphi) + 2c \cos \varphi]$$

où φ est l'angle de frottement, c la cohésion et ψ l'angle de dilatance du matériau. La convention de signe sur les contraintes est celle de la mécanique des milieux continus : les compressions sont négatives. Pour une loi d'écoulement associée ($\psi = \varphi$) et une cohésion nulle, le travail incrémental total est égal au travail incrémental élastique quel que soit le chemin de contraintes.

Ce cas particulier montre bien qu'il n'y a pas de relation entre les notions de "chargement hypoélastique" et de "chargement élastoplastique", chaque notion étant liée à un type de comportement. Toutefois, il est possible de construire une loi de comportement élastoplastique capable de représenter les courbes expérimentales (figure 1) et qui permettrait de distinguer trois zones de comportement dans un massif de sol : une zone en chargement plastique, une zone en chargement élastique et une zone en déchargement élastique.

Par exemple, si H est le module d'écroûissage, si E_r et E_d sont les modules au rechargement et au déchargement élastiques, alors le module tangent E_t vaut soit E_{tr} , soit E_{td} , définis par :

$$1 / E_{tr} = 1 / E_r + 1 / H \quad \text{ou} \quad 1 / E_{td} = 1 / E_d + 1 / H$$

selon la direction de l'incrément de contraintes dans l'espace (figure 6). Le module au chargement initial est donc différent de celui au déchargement. Pour les lois de comportement usuelles, les modules E_c et E_r sont souvent confondus. Comme pour l'hypoélasticité, on peut étudier de manière approchée les zones potentiellement en chargement plastique, en déchargement et en rechargement élastiques dans les ouvrages, sans exprimer complètement ces lois de comportement.

4. Application à l'étude du déchargement dans les ouvrages

Afin d'illustrer les considérations théoriques précédentes, on étudie l'étendue des zones en déchargement dans un milieu homogène. Cette étude est menée, en première approximation, à l'aide de calculs linéaires, réalisés par le programme d'éléments finis CESAR-LCPC (Humbert, 1989). La loi de comportement adoptée est la loi élastique linéaire isotrope de Hooke avec un champ de contraintes initiales géostatiques et un champ de déformations initiales nulles. Si E_{ijkl} désigne le tenseur d'élasticité linéaire isotrope, on a la relation de comportement

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^0$$

La variation des déformations est donc égale aux déformations données par la loi de comportement.

Les champs de contraintes et de déformations ainsi obtenus peuvent être interprétés comme les résultats de la première itération qui serait effectuée dans un calcul non linéaire avec une loi de comportement hypoélastique ou élastoplastique. Cette interprétation suppose qu'il n'y a pas eu de correction sur les contraintes. La recherche du signe du travail incrémental en tout point du maillage permet alors de mettre en évidence les points soumis à un déchargement.

Ce type de calcul est intéressant car il va initier tout un processus de calcul des modules de déformations et définir une première approximation des zones en déchargement et en chargement(s). Pour l'analyse élastoplastique, on considère ici le critère de Mohr-Coulomb. Les résultats pour une excavation et pour une étape de creusement d'un tunnel sont présentés ci-dessous.

a) Analyse du déchargement dans la modélisation d'une excavation

La modélisation numérique d'une excavation dans un massif constitue un aspect essentiel pour la simulation de la construction par étapes des ouvrages de géotechnique. Le creusement est représenté "mécaniquement" par des forces calculées à partir des contraintes initiales (ou des contraintes obtenues à l'étape précédente) estimées sur les bords de la zone de matériau(x) à enlever.

Le massif de sol est homogène et ses caractéristiques élastiques sont les suivantes : $E = 50 \text{ MPa}$, $\nu = 0,3$. Pour le calcul élastoplastique, la cohésion vaut 3 kPa et l'angle de frottement, 30° . Par ailleurs, le poids volumique γ est égal à 20 kN/m^3 et le coefficient de poussée des terres au repos K_0 à $0,5$. La hauteur de la fouille est de 1 m . Le calcul est réalisé dans l'hypothèse des déformations planes.

Pour un calcul élastoplastique, la zone de sol en déchargement s'étend sous la fouille et sur une longueur importante dans le massif non excavé (figure 7). Son étendue dépend faiblement du coefficient de Poisson et du coefficient de poussée des terres au repos. Lorsqu'elle existe, la zone en chargement plastique est concentrée au fond de fouille (figure 7); on peut remarquer que les caractéristiques choisies ne conduisent pas à la rupture du massif. Enfin, la zone en "rechargement élastique" est faible et elle est située près de la surface initiale du massif (figure 7). Pour un calcul purement élastique, la zone en chargement plastique deviendrait une zone en chargement élastique.

b) Analyse du déchargement dans la modélisation des tunnels

La technique numérique précédente peut être également appliquée à la modélisation du creusement de la partie supérieure d'un tunnel circulaire. Les mêmes caractéristiques mécaniques sont considérées, à l'exception de la cohésion, qui vaut 200 kPa .

Pour un calcul élastoplastique, les zones de sol en déchargement s'étendent de part et d'autre de la cavité (figure 8). Leur étendue dépend faiblement du coefficient de Poisson et du coefficient de poussée des terres au repos. Lorsqu'elle existe, la zone en chargement plastique est concentrée au bord de la cavité, près de l'angle vif (figure 8). Enfin, pour ce type d'ouvrage, la zone en "rechargement élastique" est très étendue (figure 8). Un changement de module dans ces différentes zones peut donc avoir une grande importance pour la modélisation des mouvements du sol en surface et au bord de la cavité.

5. Conclusions

Les calculs "linéaires" présentés montrent l'importance des zones en chargement et en déchargement dans la modélisation des mouvements du sol, et notamment dans le cas des tunnels où la zone en déchargement élastique concerne le voisinage de la cavité. Pour les deux ouvrages (excavation et tunnel), il convient également de souligner que les mouvements du sol près de la surface initiale du massif seront influencés par le choix du module dans cette zone (en rechargement élastique), celui-ci pourrait être différent du module considéré dans la zone autour de la cavité.

Ces calculs ne sont bien sûr que qualitatifs. Cependant, ils constituent, à notre sens, une étape préalable au développement d'une loi de comportement élastoplastique adaptée. En effet, si l'on ne se contente pas d'une loi avec un module "moyen" identique pour le déchargement et le rechargement élastique, ce n'est pas seulement parce que l'analyse des essais expérimentaux montre un comportement différent au déchargement et au rechargement élastiques, mais bien parce que les calculs présentés ici attestent de l'existence et de

l'importance de ces comportements dans le massif de sol au voisinage d'une fouille ou d'une cavité et à la surface initiale du massif.

L'étape suivante consistera à effectuer de véritables calculs non linéaires et à comparer les résultats de la modélisation avec des mesures réalisées sur des ouvrages en vraie grandeur.

- Zone en chargement plastique
- ▨ Zone en déchargement élastique
- Zone en chargement élastique

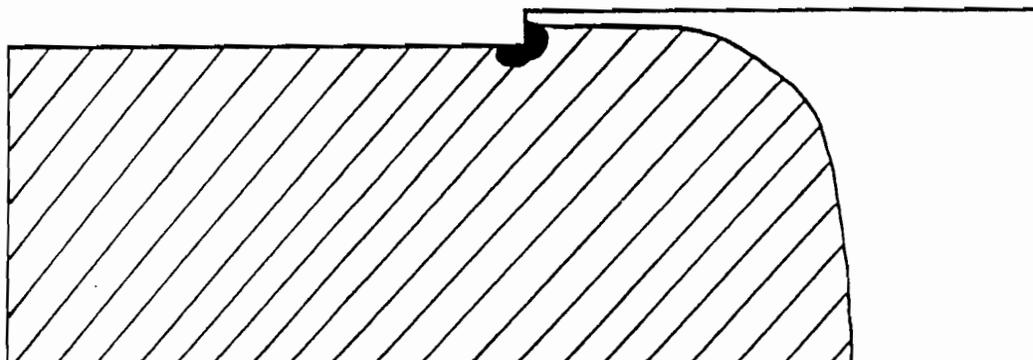


Fig. 7 Zones de chargement et de déchargement pour une excavation.

- Zone en chargement plastique
- ▨ Zone en déchargement élastique
- Zone en chargement élastique

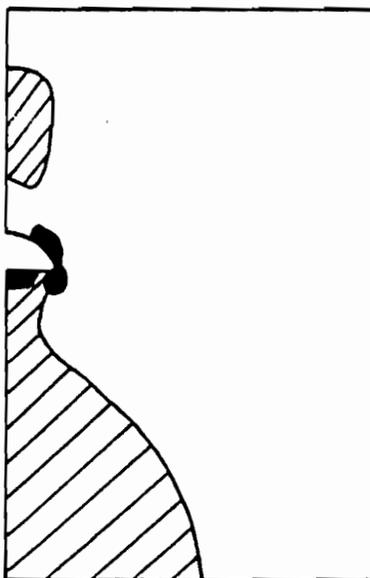


Fig. 8 Zones de chargement et de déchargement pour le creusement de la partie supérieure d'un tunnel.

Références bibliographiques

- Desai C.S., Siriwardane H.J. (1984) Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials, Prentice Hall Inc, 468 pages.
- Humbert P. (1989) CESAR-LCPC, un code général de calcul par éléments finis. Bull. liaison Labo. P. et Ch., n° 160, fév-mars, pp. 112-116.
- Wong K.S., Duncan J.M. (1974) Hyperbolic stress-strain parameters for non linear finite element analyses of stresses and movements in soil masses. Report n°TE-74-3, N.S.F., Dept. Civ. Eng. Inst. Transport and Traffic Eng., University of California, Berkeley.