

کاربرگ طرح درس معادلات دیفرانسیل عمومی

مقطع: کارشناسی	نیمسال تحصیلی: ۲-۱۴۰۱	دانشکده: ریاضی
تعداد واحد: ۳	نام مدرس: محمد حبیبی	نام درس: معادلات دیفرانسیل عمومی
ساعت برگزاری: شنبه ۹:۱۵ - ۷:۴۵ یک شنبه ۹:۱۵ - ۷:۴۵	شماره کلاس: ۱ - ۱۵۵	پیش نیاز درس: ریاضی (۱)
ایمیل: habibi.mohammad2@gmail.com mhabibi@tafreshu.ac.ir		ساعت پاسخگویی و مشاوره: همه روزه (با هماهنگی با دفتر معاونت اداری و مالی)

اهداف یادگیری:

(الف) این درس بر پرورش کدام یک از شایستگی‌های عمومی ذیل متمرکز است:

- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> تفکر انتقادی | <input checked="" type="checkbox"/> تفکر آینده‌نگر | <input type="checkbox"/> تفکر سیستمی | <input checked="" type="checkbox"/> تفکر خلاق |
| <input type="checkbox"/> مدیریت محیط | <input type="checkbox"/> مدیریت حواس | <input type="checkbox"/> مدیریت بین فردی | <input checked="" type="checkbox"/> مدیریت درون فردی |

(ب) پرورش چه شایستگی‌های (دانش نظری و عملی؛ مهارت‌های سخت و نرم؛ نگرش و ارزش‌ها) تخصصی در این درس مورد توجه قرار می‌گیرد؟

رفتار بسیاری از پدیده‌های اطراف ما قابلیت مدل‌سازی به صورت یک معادله دیفرانسیل را دارا می‌باشد. فراگیر در این درس با آشنایی با تعریف معادلات دیفرانسیل، انواع و روش‌های کلاسیک حل آن‌ها و کاربرد آن در حل مسائلی از فیزیک، مکانیک، مدارهای الکتریکی، حرکت سیالات و ... علاوه بر تقویت مهارت‌های ذهنی و انتزاعی خود، برای مدل‌سازی مسأله مورد نظر خود در آینده شغلی و یا تحقیقاتی‌اش و حل آن آماده می‌گردد.

روش / تکنیک تدریس^۱:

- | | | |
|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> نمایشی (نمایش طرز کار وسیله یا مدل یا ...) | <input checked="" type="checkbox"/> پرسش و پاسخ | <input checked="" type="checkbox"/> سخنرانی |
| <input checked="" type="checkbox"/> مبتنی بر مسئله | <input checked="" type="checkbox"/> یادگیری مشارکتی | <input type="checkbox"/> بحث گروهی |
| <input type="checkbox"/> بازدید علمی | <input type="checkbox"/> آزمایشگاهی | <input type="checkbox"/> مبتنی بر پروژه |

سایر موارد:.....

^۱ توضیحات مربوط به روش تدریس پیوست می‌گردد.

کاربرگ طرح درس معادلات دیفرانسیل عمومی

فهرست منابع:

۱. معادلات دیفرانسیل و کاربرد آنها، اصغر کرایه چیان (مرجع اصلی).
۲. معادلات دیفرانسیل مقدماتی و مسائل مقدار مرزی، دابلو، بویس و آر. دیپریمما.
۳. معادلات دیفرانسیل به همراه کاربردها و نکات تاریخی، جی. اف. سیمونز.
۴. معادلات دیفرانسیل، سی. آر. وایلی.

شیوه ارزشیابی:

نوع ارزشیابی	حضور فعال در کلاس	امتحان میان ترم	امتحان پایان ترم	سایر	جمع
نمره	۱	۸	۱۲	۲	۲۳

آزمون میان ترم از سه فصل اول در روز سه شنبه ۱۹ اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۲ راس ساعت ۱۵:۳۰ لغایت ۱۷:۳۰ برگزار می گردد (سرفصل ها در ادامه قابل رویت می باشند).

کاربرگ طرح درس معادلات دیفرانسیل عمومی

منبع مورد مطالعه	سرفصل	تاریخ
منبع [۱]	تعریف معادله دیفرانسیل و انواع آن (معادلات دیفرانسیل معمولی و با مشتقات جزئی) - مرتبه و درجه یک معادله دیفرانسیل با ذکر مثال - تعریف معادلات خطی و غیر خطی - انواع جواب‌های یک معادله دیفرانسیل (جواب عمومی، خصوصی و غیرعادی) با ذکر مثال - تعریف دسته منحنی و یافتن معادله دیفرانسیلی که جواب دسته منحنی داده شده باشد.	هفته اول
منبع [۱]	قضیه وجود و یکتایی معادلات دیفرانسیل مرتبه اول با مقدار اولیه (تعریف قضیه بدون اثبات و ذکر مثال از معادلاتی که شرایط قضیه را نداشته و لذا جواب یکتا ندارند) - معادلات دیفرانسیل تفکیک پذیر و همگن.	هفته دوم
منبع [۱]	معادلات کامل، روش‌های حل آن - یافتن عامل انتگرال‌ساز - معادلات خطی مرتبه اول، برنولی و (ریکاتی اختیاری)	هفته سوم
منبع [۱]	تعریف منحنی پوش و یافتن منحنی پوش یک دسته منحنی، یافتن جواب عمومی و غیر عادی معادله کلرو و (معادله لاگرانژ اختیاری) - معادلات قابل تبدیل به معادلات مرتبه اول - حل معادلات به کمک تغییر متغیر - حل مثال‌هایی از معادلات دیفرانسیل با مقدار دهی اولیه.	هفته چهارم
منبع [۱]	کاربردهایی از معادلات مرتبه اول مانند یافتن مسیرهای قائم (متعامد) یک دسته منحنی در دو مختصات دکارتی و (قطبی اختیاری) - حل مسائلی از فیزیک و مکانیک به کمک معادلات دیفرانسیل مرتبه اول مانند پرتاب گلوله، تغییر دما، خروج آب از یک روزه، مدارهای الکتریکی فاقد خازن و ... (با تاکید بر مدار الکتریکی).	هفته پنجم
منبع [۱]	بیان قضیه وجود و یکتایی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم بدون اثبات - تعریف معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت و غیر ثابت، همگن و غیر همگن - ارتباط دترمینان رونسکی و استقلال توابع - حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم و بالاتر خطی با ضرایب ثابت همگن به کمک معادله مشخصه - حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم (با ضرایب ثابت یا غیر ثابت) غیر همگن به روش کاهش مرتبه در صورتی که یک جواب از معادله همگن متناظر با معادله اصلی را بدانیم - یافتن یک جواب دیگر معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن (با ضرایب ثابت یا غیر ثابت) از روی یک جواب داده شده به کمک فرمول آبل.	هفته ششم
منبع [۱]	حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم به روش تغییر پارامتر - حل معادلات دیفرانسیل خطی مراتب بالاتر با ضرایب ثابت به روش تغییر پارامتر (اختیاری) - یافتن جواب معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم و مراتب بالاتر با ضرایب ثابت غیر همگن به روش ضرایب نامعین - یافتن جواب معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم و مراتب بالاتر با ضرایب ثابت غیر همگن به روش عملگر معکوس.	هفته هفتم
منبع [۱]	معادلات کوشی - اویلر - حل مسائل با مقادیر مرزی (یافتن جواب خصوصی معادله دیفرانسیل با توجه به مقادیر مرزی داده شده) - حل مسائلی از فیزیک و مکانیک به کمک معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم مانند ارتعاش فنر و مدارهای الکتریکی شامل خازن، سیم‌پیچ و مقاومت (با تاکید بر روی مدار الکتریکی).	هفته هشتم

کاربرگ طرح درس معادلات دیفرانسیل عمومی

منبع [۱]	تعریف نقاط عادی، منفرد منظم و غیر منظم - یافتن جواب یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به صورت سری در مجاورت (حول) یک نقطه عادی.	هفته نهم
منبع [۱]	یافتن جواب یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به صورت سری در مجاورت (حول) یک نقطه منفرد منظم به کمک معادله شاخص در سه حالتی که دو ریشه معادله شاخص برابر باشند یا تفاضل آن‌ها عددی صحیح باشد و یا نباشد (روش فروبنیوس).	هفته دهم
منبع [۱]	معادله لژاندر، چند جمله‌ای‌های لژاندر و خواص آن - معادله هرمیت، چند جمله‌ای‌های هرمیت و خواص آن (اختیاری) - معادله چیشف، چند جمله‌ای‌های چیشف و خواص آن (اختیاری) - تابع گاما، خواص آن و حل برخی انتگرال‌ها به کمک تابع گاما.	هفته یازدهم
منبع [۱]	معادله بسل، تابع بسل نوع اول و نوع دوم و خواص آن - تعریف تبدیل لاپلاس به عنوان یک تبدیل انتگرالی و بیان شرط کافی وجود تبدیل لاپلاس توابع، بیان خاصیت خطی بودن تبدیل لاپلاس.	هفته دوازدهم
منبع [۱]	محاسبه تبدیل لاپلاس توابع ساده‌ای چند جمله‌ای، نمایی، مثلثاتی و هیپربولیک - تبدیل لاپلاس مشتق و تبدیل لاپلاس انتگرال - تبدیل معکوس لاپلاس، مشتق‌گیری از تبدیل لاپلاس، انتگرال‌گیری از تبدیل لاپلاس و کاربرد آن در حل برخی انتگرال‌ها.	هفته سیزدهم
منبع [۱]	قضیه اول انتقال، تابع پله‌ای واحد و تبدیل لاپلاس آن، قضیه دوم انتقال - تبدیل لاپلاس توابع متناوب. انتگرال تلفیقی و قضیه پیچش، حل معادلات انتگرالی به کمک قضیه پیچش - تابع دلتای دیراک، تابع ضربه‌ای و تبدیل لاپلاس آن - حل معادلات دیفرانسیل با مقادیر اولیه به کمک تبدیل لاپلاس.	هفته چهاردهم
منبع [۱]	حل مثال‌هایی از مبحث تبدیل لاپلاس - حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی به روش حذفی (اختیاری) نمایش ماتریسی دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت و حل آن به کمک مقادیر ویژه و بردارهای ویژه.	هفته پانزدهم
منبع [۱]	حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی به کمک تبدیل لاپلاس - رابطه معادلات دیفرانسیل و دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل (تبدیل معادلات دیفرانسیل مراتب بالاتر به دستگاه معادلات) - کاربرد دستگاه معادلات دیفرانسیل در یافتن شدت جریان در مدارهای دارای بیش از یک حلقه.	هفته شانزدهم

سرفصل با جزئیات:

فصل اول (تعاریف و مقدمات):

- تعریف معادله دیفرانسیل و انواع آن (معادلات دیفرانسیل معمولی و با مشتقات جزئی).
- مرتبه و درجه یک معادله دیفرانسیل با ذکر مثال.
- تعریف معادلات خطی و غیر خطی.
- انواع جواب‌های یک معادله دیفرانسیل (جواب عمومی، خصوصی و غیرعادی) با ذکر مثال.
- تعریف دسته منحنی و یافتن معادله دیفرانسیلی که جواب دسته منحنی داده شده باشد.

کاربرگ طرح درس معادلات دیفرانسیل عمومی

فصل دوم (معادله دیفرانسیل مرتبه اول):

- قضیه وجود و یکتایی معادلات دیفرانسیل مرتبه اول با مقدار اولیه (تعریف قضیه بدون اثبات و ذکر مثال از معادلاتی که شرایط قضیه را نداشته و لذا جواب یکتا ندارند).

- معادلات دیفرانسیل تفکیک پذیر، همگن و معادلات به فرم $y' = \frac{ax + by + c}{a'x + b'y + c'}$

- معادلات کامل و یافتن عامل انتگرال ساز در سه حالت زیر

(۱) در حالت کلی صرفاً در پنج حالتی که عامل انتگرال ساز μ تابعی بر حسب x ، y ، $x + y$ ، $x - y$ و یا xy باشد.

(۲) در حالتی که بدانیم μ تابعی بر حسب $x^m y^n$ است.

(۳) در حالتی که بدانیم μ تابعی بر حسب $z = f(x, y)$ می باشد. مثلاً اگر بدانیم که $z = x^2 + y^2$ یا

$$z = x^2 + y^2$$

- معادلات خطی مرتبه اول، برنولی و (ریکاتی اختیاری).

- تعریف منحنی پوش و یافتن منحنی پوش یک دسته منحنی، یافتن جواب عمومی و غیر عادی معادله کلو و (معادله لاگرانژ اختیاری).

- معادلات قابل تبدیل به معادلات مرتبه اول (معادلات فاقد x یا فاقد y).

- حل معادلات به کمک تغییر متغیر.

- حل معادلات به کمک فرمول‌هایی مانند

$$d\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{xdy - ydx}{x^2}, d(xy) = ydx + xdy, d(\ln(x^2 + y^2)) = \frac{2xdx + 2ydy}{x^2 + y^2}, d(\arctan \frac{y}{x}) = \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$$

- حل مثال‌هایی از معادلات دیفرانسیل با مقدار دهی اولیه.

- کاربردهایی از معادلات مرتبه اول مانند

(۱) یافتن مسیرهای قائم (متعامد) یک دسته منحنی در دو مختصات دکارتی و (قطبی اختیاری).

(۲) حل مسائلی از فیزیک و مکانیک به کمک معادلات دیفرانسیل مرتبه اول مانند پرتاب گلوله، تغییر دما، خروج آب از یک

روزنه، مدارهای الکتریکی فاقد خازن و ... (با تأکید بر مدار الکتریکی).

فصل سوم (معادله دیفرانسیل مرتبه دوم و مراتب بالاتر):

- بیان قضیه وجود و یکتایی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم بدون اثبات.

- تعریف معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت و غیر ثابت، همگن و غیر همگن.

کاربرگ طرح درس معادلات دیفرانسیل عمومی

بیان توضیحاتی در خصوص جواب معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن (جواب عمومی در این حالت به صورت $y_g = c_1 y_1 + c_2 y_2$ است و y_1 و y_2 مستقل هستند. لذا دترمینان رونسکی آنها یعنی $W(y_1, y_2)$ ، ناصفر است)، ارتباط دترمینان رونسکی و استقلال توابع.

بیان توضیحاتی در خصوص جواب معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم غیر همگن (جواب عمومی در این حالت به صورت $y = y_p + y_g$ است و y_p جوابی خصوصی از معادله اصلی بوده و y_g همان جواب عمومی معادله همگن متناظر با معادله اصلی می‌باشد).

- حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم و بالاتر خطی با ضرایب ثابت همگن به کمک معادله مشخصه،
- حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم (با ضرایب ثابت یا غیر ثابت) غیر همگن به روش کاهش مرتبه در صورتی که یک جواب از معادله همگن متناظر با معادله اصلی را بدانیم.
- یافتن یک جواب دیگر معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن (با ضرایب ثابت یا غیر ثابت) از روی یک جواب داده شده به کمک فرمول آبل.
- حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم به روش تغییر پارامتر (به کمک دترمینان رونسکی y_1 و y_2 و دستور کرامر. در حالت ضرایب ثابت، دو جواب y_1 و y_2 به کمک معادله مشخصه به دست آمده و در حالت ضرایب غیر ثابت، y_2 از روی y_1 داده شده به کمک فرمول آبل تعیین می‌گردد.
- حل معادلات دیفرانسیل خطی مراتب بالاتر با ضرایب ثابت به روش تغییر پارامتر (اختیاری).
- یافتن y_p معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم و مراتب بالاتر با ضرایب ثابت غیر همگن به روش ضرایب نامعین.
- یافتن y_p معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم و مراتب بالاتر با ضرایب ثابت غیر همگن به روش عملگر معکوس $L^{-1}(D)$.
- معادلات کوشی - اویلر.
- حل مسائل با مقادیر مرزی (یافتن جواب خصوصی معادله دیفرانسیل با توجه به مقادیر مرزی داده شده).
- حل مسائلی از فیزیک و مکانیک به کمک معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم مانند ارتعاش فنر و مدارهای الکتریکی شامل خازن، سیم‌پیچ و مقاومت (با تاکید بر روی مدار الکتریکی).

فصل چهارم (حل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به روش سری):

- تعریف نقاط عادی، منفرد منظم و غیر منظم.
- یافتن جواب یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به صورت سری در مجاورت (حول) یک نقطه عادی.
- یافتن جواب یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به صورت سری در مجاورت (حول) یک نقطه منفرد منظم به کمک معادله شاخص در سه حالتی که دو ریشه معادله شاخص برابر باشند یا تفاضل آن‌ها عددی صحیح باشد و یا نباشد (روش فروبنیوس).

کاربرگ طرح درس معادلات دیفرانسیل عمومی

حتماً مثالی ذکر شود که یک جواب به دست آمده به صورت سری، بسط تیلر (مک لوران) یک تابع مشهور بوده و می توان جواب دوم را به کمک فرمول آبل پیدا کرد.

فصل پنجم (توابع خاص):

- معادله لژاندر، چند جمله ای های لژاندر و خواص آن.
- معادله هرمیت، چند جمله ای های هرمیت و خواص آن (اختیاری).
- معادله چیشف، چند جمله ای های چیشف و خواص آن (اختیاری).
- تابع گاما، خواص آن و حل برخی انتگرال ها به کمک تابع گاما.
- معادله بسط مرتبه p ، تابع بسط نوع اول و نوع دوم مرتبه p و خواص آن.

فصل ششم (تبدیلات لاپلاس):

- تعریف تبدیل لاپلاس به عنوان یک تبدیل انتگرالی و بیان شرط کافی وجود تبدیل لاپلاس توابع، بیان خاصیت خطی بودن تبدیل لاپلاس.
- محاسبه تبدیل لاپلاس توابع ساده ای چند جمله ای، نمایی، مثلثاتی و هیپربولیک.
- تبدیل لاپلاس مشتق و تبدیل لاپلاس انتگرال.
- تبدیل معکوس لاپلاس، مشتق گیری از تبدیل لاپلاس، انتگرال گیری از تبدیل لاپلاس و کاربرد آن در حل برخی انتگرال ها.
- قضیه اول انتقال، تابع پله ای واحد و تبدیل لاپلاس آن، قضیه دوم انتقال.
- تبدیل لاپلاس توابع متناوب.
- انتگرال تلفیقی و قضیه پیچش، حل معادلات انتگرالی به کمک قضیه پیچش.
- تابع دلتای دیراک، تابع ضربه ای و تبدیل لاپلاس آن.
- حل معادلات دیفرانسیل با مقادیر اولیه به کمک تبدیل لاپلاس.

فصل هفتم (حل دستگاه معادلات دیفرانسیل):

- حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی به روش حذفی (اختیاری)
- نمایش ماتریسی دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت و حل آن به کمک مقادیر ویژه و بردارهای ویژه.
- حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی به کمک تبدیل لاپلاس.
- رابطه معادلات دیفرانسیل و دستگاه های معادلات دیفرانسیل (تبدیل معادلات دیفرانسیل مراتب بالاتر به دستگاه معادلات).
- کاربرد دستگاه معادلات دیفرانسیل در یافتن شدت جریان در مدارهای دارای بیش از یک حلقه.