

## بسم الله الرحمن الرحيم

### شیوه نامه ارائه هماهنگ درس ریاضیات عمومی یک دانشگاه تفرش

#### (الف) سرفصل:

#### (۱) مجموعه‌ها و توابع:

- تعریف مجموعه‌ها با محوریت مجموعه اعداد طبیعی، حسابی، صحیح، گویا و حقیقی (تفاوت اعداد گویا و گنگ بیان شده و ذکر گردد که در تبدیل یک کسر به عدد اعشاری چه حالاتی رخ خواهد داد).
- تعریف رابطه بر روی مجموعه‌ها و بیان این که چه رابطه‌هایی تابع می‌باشند؟
- یافتن دامنه و برد توابع، تعریف تابع یک به یک و پوشا و تعیین یک به یک بودن یا نبودن و پوشایی و یا عدم آن از طریق نمودار یا ضابطه توابع.
- پیشنهاد می‌گردد حتماً یکی از مثال‌ها، تابع گویا به صورت  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  باشد. زیرا این خانواده از توابع، بهترین مثال برای آموزش پویا بودن و نبودن توابع‌اند؛ چرا که تنها به خاطر یک نقطه، پویایی آن‌ها با مشکل مواجه می‌گردد.
- توابع زوج و فرد.
- توابع وارون پذیر و مشخص نمودن دامنه، برد و ضابطه وارون آن‌ها.
- تعیین دامنه و ضابطه تابع حاصل از اعمال جبری مانند جمع، تفاضل، ضرب، تقسیم دو تابع با ذکر مثال، تعیین دامنه و ضابطه ترکیب دو تابع.
- تابع جبری چیست؟ مثال‌هایی از توابع جبری با تاکید بر توابع چند جمله‌ای، گویا و چند ضابطه‌ای با تکیه بر توابع قدر مطلق و جز صحیح
- رسم توابع چند جمله‌ای درجه دو، توابع گویا به صورت  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، توابع قدر مطلق (گلدانی)، توابع جزء صحیح و ...
- تعیین علامت توابع
- تابع متعالی چیست؟ مثال‌هایی از توابع متعالی با توضیح و تبیین کامل توابع نمایی، مثلثاتی، هذلولوی و وارون آن‌ها یعنی توابع لگاریتمی، وارون مثلثاتی و وارون هذلولوی (تعیین دامنه، برد، ضابطه و رسم شکل این توابع به همراه بازه‌های صعودی و نزولی بودن و ...). در این قسمت حتماً نسبت‌های مثلثاتی تعریف و برای زاویه‌های ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه در ربع اول محاسبه گردد. سپس دایره مثلثاتی توضیح داده شده و مقدار نسبت‌های مثلثاتی مرتبط با سه زاویه ذکر شده در ربع اول، در سه ربع دیگر محاسبه گردد. سپس محور سینوس‌ها و کسینوس‌ها معرفی شده و نهایتاً به کمک این مطالب توابع مثلثاتی رسم گردد.

## ۲) حد و پیوستگی:

- بیان مفهوم حد با ارائه مثال هایی مانند سرعت متحرک و ...، حد های یک طرفه با مثال های توابع قدر مطلق و علامت (sgn)، حد نامتناهی و حد در بینهایت.

- ذکر مثال هایی از حد توابع در حالت های مبهم و روش های رفع ابهام (به طور مثال رفع ابهام در محاسبه حد توابع گویا در حالت  $\frac{0}{0}$  به کمک اتحادها و یا ضرب صورت و مخرج در مزدوج صورت و یا مخرج به ضرورت و ...).

- بیان دو مفهوم صفر حدی و صفر مطلق در مثال هایی مانند  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x}$ .

- قضیه فشردگی.

- پیوستگی و ناپیوستگی نقطه ای و انواع آن، پیوستگی در بازه.

- کاربرد پیوستگی توابع با تبیین قضیه ماکس-مین، قضیه مقدار میانی و یافتن ریشه معادلات به روش نصف کردن.

- تعریف رسمی حد به اختصار (روش  $\epsilon$  و  $\delta$ ).

## ۳) مشتق گیری:

- مفهوم مشتق و تعریف حدی آن، محاسبه شیب خطوط مماس و قاطع بر منحنی در یک نقطه واقع بر آن و یافتن معادله این خطوط.

- ارتباط مشتق گیری و پیوستگی.

- تابع مشتق و قواعد مشتق گیری، مشتق گیری زنجیره ای، مشتق توابع متعالی ذکر شده در فصل اول، مشتق توابع به کمک تکنیک

برنولی (ln گیری).

- مشتق گیری ضمنی، مشتق مراتب بالاتر.

## ۴) کاربرد مشتق:

- دیفرانسیل و تقریب تغییرات کوچک.

- قضیه رول و مقدار میانگین.

- حل مثال هایی با کمک این قضایای رول و میانگین مانند تعداد ریشه های معادلات، اثبات تساوی ها، اثبات نامساوی ها و ...

- میزان های مرتبط.

- نقطه ثابت و ارتباط آن با ریشه معادلات، توابع انقباضی و قضیه نقطه ثابت.

- قضیه هوییتال و حل حدهای مبهم به کمک آن.

- آزمون مشتق اول و دوم، نقاط اکسترمم و عطف، مجانب های افقی، قائم و مایل توابع.

- رسم نمودار توابع.

- حل مساله های مقدار اکسترمم.

## ۵) مفهوم انتگرال، روشهای انتگرال گیری و کاربرد آن:

- معرفی نماد سیگما، تعریف افراز، افراز منظم و محاسبه مساحت با کمک مجموعهای ریمان بالا و پایین.
- تعریف انتگرال معین، قضیه مقدار میانگین برای انتگرالها، قضایای اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال، حل معادلات انتگرالی و محاسبه برخی از حدهای مبهم به کمک مشتق گیری از انتگرال.
- تابع اولیه، حل انتگرالهای نامعین و معین به روش تغییر متغیر، تغییر متغیر مثلثاتی، جز به جز، تجزیه کسر و نصف قوس.
- توضیح کامل انتگرال توابع مثلثاتی.
- انتگرال ناسره و انواع آن و مثالهایی از حل انتگرالهای ناسره.

## ۶) کاربرد انتگرال:

- محاسبه برخی حدها به کمک انتگرال معین.
- محاسبه حجمهای حاص از دوران سطوح حول خطوط افقی و عمودی مانند محور  $X$  ها و  $Y$  ها.
- محاسبه طول قوس.
- مساحت سطوح.

## ۷) مختصات قطبی:

- تعریف مختصات قطبی، تبدیل مختصات یک نقطه در مختصات دکارتی به قطبی و بالعکس.
- رسم منحنی های قطبی، یافتن نقاط تقاطع منحنی های قطبی.
- مساحت محصور به منحنی قطبی و محور  $X$  ها در بازه مشخص، محاسبه مساحت محصور بین دو منحنی قطبی.
- محاسبه طول قوس منحنی قطبی در بازه تعیین شده.

## ۸) دنباله، سری و سریهای توانی:

- تعریف دنباله، یافتن جمله عمومی دنباله، دنباله بازگشتی، دنباله یکنوا، دنباله کراندار.
- همگرایی دنبالهها، قضیه وایرستراس، تعیین همگرایی و واگرایی دنبالهها، محاسبه مقدار همگرایی دنبالهها.
- تعریف سری به کمک دنباله مجموعهای جزئی دنباله و همگرایی و واگرایی آنها.
- یافتن مقدار همگرایی سریهای هندسی و تلسکوپی.
- آزمونهای همگرایی سریها (آزمون مقایسه، مقایسه حدی، انتگرال، نسبت و ریشه).
- همگرایی مشروط و مطلق، سری متناوب.
- سری توانی و تعیین شعاع و بازه همگرایی آن.
- سری تیلور و مک لورن و کاربرد آن (با تکیه بر یافتن مقدار همگرایی سری به کمک آنها).

## ۹) اعداد مختلط و کاربردها،

- تعریف اعداد مختلط، نمایش دکارتی اعداد مختلط، مزدوج اعداد مختلط، نمایش هندسی اعداد مختلط، اعمال اصلی (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد مختلط).
- نمایش قطبی اعداد مختلط، قانون دموآور، توان رسانی و ریشه گیری اعداد مختلط.
- حل معادلات مختلط، مکان هندسی نقاط در نامعادلات مختلط.

### ب) مراجع:

- حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی، جورج توماس، ترجمه مهدی بهزاد، سیامک کاظمی و علی کافی، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی.
- حساب دیفرانسیل و انتگرال با هندسه تحلیلی، رابرت آدامز و کریستوفر اسکیس، ویرایش هفتم، ترجمه فرزین حاجی جمشیدی و همکاران.

### ج) نمره دهی:

- میان ترم اول از فصل اول (۵ نمره).
- میان ترم دوم از فصل دوم، سوم و چهارم (۷ نمره).
- پایان ترم از بقیه فصل‌ها (۱۱ نمره).
- نمره در اختیار استاد با توجه به حضور فعال کلاسی، انجام تمرین‌ها و ... (۲ نمره).