۳. دو قطعه (با جرمهای $m = ۱٫۲۲\text{kg}$ و $M = ۸٫۷۳\text{kg}$) و یک فنر (با ثابت $k = ۳۴۴\text{N/m}$) مطابق شکل ۱۷ـ۲۹ روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. ضریب اصطکاک ایستایی بین آنها ۰٫۴۲ است. بیشینهٔ دامنهٔ ممکن برای حرکت هماهنگ ساده‌ای را تعیین کنید که در آن لغزشی بین قطعه‌ها به‌وجود نیاید.

شکل ۱۷ـ۲۹ مسئلهٔ ۳.

۴. نیروی برهم‌کنش بین اتمها در یک مولکول دواتمی را می‌توان با $F = -a/r^2 + b/r^3$ نشان داد که در آن a و b عددهای ثابت مثبت و r فاصلهٔ بین اتمهاست. نمودار F را برحسب r رسم کنید. سپس (الف) نشان دهید که فاصلهٔ بین اتمها در حالت تعادل برابر با b/a است؛ (ب) نشان دهید که برای نوسانهای کوچک حول این وضعیت تعادل ثابت نیرو برابر با a^4/b^3 است؛ (ج) دورهٔ نوسان این حرکت را تعیین کنید.

۵. شکل ۱۷ـ۳۰ قطعه‌ای به جرم m را نشان می‌دهد که به دو فنر متصل است و می‌تواند روی سطح افقی بدون اصطکاکی بلغزد. نشان دهید که بسامد نوسان این قطعه عبارت است از

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$$

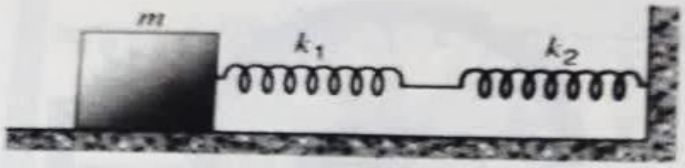
که در آن f_1 و f_2 بسامد نوسان است اگر فقط به فنر ۱ یا فنر ۲ متصل باشد. (مشابه الکتریکی این دستگاه، دستگاه متشکل از خازن سری است.)

شکل ۱۷ـ۳۰ مسئلهٔ ۵.

۶. در شکل ۱۷ـ۳۱ دو فنر متصل به هم به قطعه‌ای به جرم m متصل‌اند. سطحها بدون اصطکاک‌اند. اگر ثابت نیروی هر یک از دو فنر به‌طور جداگانه برابر با k_1 و k_2 باشد، نشان دهید که بسامد نوسان قطعه عبارت است از

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}} = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}$$

که در آن f_1 و f_2 بسامد نوسان قطعه است اگر فقط به فنر ۱ یا فنر ۲ متصل باشد. (مشابه الکتریکی این دستگاه، دستگاه متشکل از دو خازن موازی است.)

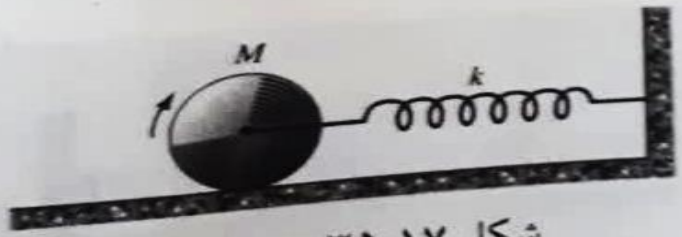


شکل ۱۷ـ۳۱ مسئلهٔ ۶.

۱۳✓. استوانه‌ای توپر طوری به یک فنر افقی بی‌وزن متصل شده است که می‌تواند روی سطح افقی بدون لغزش بغلتد (شکل ۱۷ـ۳۵). ثابت نیروی فنر k برابر ۲٫۹۴N/cm است. اگر دستگاه از حالت سکون از محلی رها شود که در آن فنر به‌اندازهٔ ۲۳٫۹cm کشیده شده است، (الف) انرژی جنبشی انتقالی و (ب) انرژی جنبشی دورانی، استوانه را هنگام عبور از مکان تعادل به‌دست آورید. (ج) نشان دهید که در این شرایط مرکز جرم استوانه دارای حرکت هماهنگ ساده با دورهٔ زیر است

$$T = ۲\pi\sqrt{۳M/۲k}$$

که در آن M جرم استوانه است.

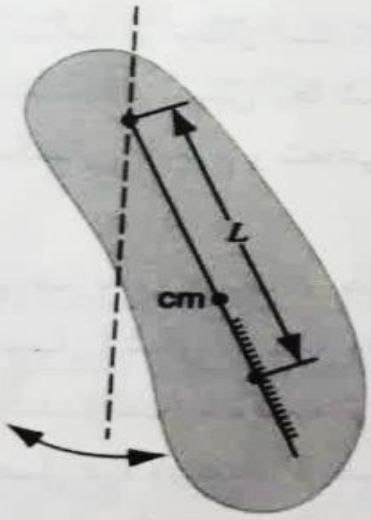


شکل ۱۷ـ۳۵ مسئلهٔ ۱۳.

۲۰. آونگی فیزیکی دارای دو نقطهٔ محور ممکن است؛ محل یکی از این نقطه‌ها ثابت و مکان نقطهٔ دیگر در طول آونگ قابل تنظیم است (شکل ۱۸ـ۳۹). دورهٔ آونگ وقتی از نقطهٔ ثابت آویخته شود برابر با T است. سپس آونگ را سروته می‌کنیم و از نقطهٔ آویز قابل تنظیم می‌آویزیم. مکان این نقطه را تغییر می‌دهیم، تا با آزمون و خطا، دورهٔ آونگ مانند حالت قبل، یعنی T، بشود. نشان دهید که شتاب سقوط آزاد g از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$g = \frac{۴\pi^۲ L}{T^۲}$$

که در آن L فاصلهٔ بین دو نقطهٔ محور است. توجه کنید که با این روش می‌توان g را بدون دانستن لختی دورانی آونگ و یا هیچ یک از ابعاد دیگرش بجز L محاسبه کرد.



شکل ۱۷ـ۳۹ مسئلهٔ ۲۰.