



باسمه تعالی

جنابان آقایان علیرضا صفدری نژاد، محمود رضا صاحبی و
مجتبی جنتی

بدینوسیله از حضور ارزنده شما و ارائه مقاله تحت
عنوان: "فشرده‌سازی داده‌های رستری به‌وسیله روش
تجزیه به مقادیر سینگولار در جبر خطی" در همایش ملی
ژئوماتیک ۹۰ تشکر و قدردانی می‌گردد.
از درگاه خداوند متعال، توفیق و سعادت روز افزون
برایتان آرزومندیم.

هادی واعظی

معاون فنی و

سر دبیر همایش ملی ژئوماتیک ۹۰

فشرده‌سازی داده‌های رستری به وسیله روش تجزیه به مقادیر سینگولار در جبر خطی

علیرضا صفدری نژاد^۱، محمود رضا صاحبی^۲، مجتبی جنتی^۳

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد سنجش از دور، دانشکده‌ی ژئودزی و ژئوماتیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

safdari_nezhad@sina.kntu.ac.ir

۲. استادیار دانشکده‌ی مهندسی ژئوماتیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

sahebi@kntu.ac.ir

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد سنجش از دور، دانشکده‌ی ژئودزی و ژئوماتیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

m.jannati@sina.kntu.ac.ir

چکیده

فشرده‌سازی داده‌های رستری جهت کاربردهایی از قبیل ذخیره‌سازی، انتقال و نمایش به طور موازی با افزایش منابع تولید داده‌های رستری رشد وسیعی داشته است. در این مقاله استفاده از قابلیت‌های روش تجزیه به مقادیر سینگولار جهت فشرده‌سازی با نرخ مناسب مورد بررسی قرار گرفته شده است. تجزیه به مقادیر سینگولار ابزاری در جبر خطی برای تفکیک یک ماتریس به ضرب سه ماتریس بوده که کاربردهای وسیعی در پردازش تصاویر و شاخه‌های مختلف مهندسی دارد. با توسعه روش مطرح شده در این مقاله می‌توان به طور کلی یا ناحیه‌ای، داده‌های رستری را فشرده نمود. علاوه بر آن از نتایج اولیه‌ی این روش که نرخ بالای فشرده‌سازی را دارند، می‌توان به عنوان منبعی برای برازش سطوح پیوسته به داده‌هایی مثل مدل رقومی زمین نیز بهره‌جست. روش ارائه شده در این مقاله بر روی سه نوع از داده‌های رستری پیاده‌سازی شد و نتایج نشان داد که می‌توان با نرخ فشرده‌سازی نسبتاً بالایی، کیفیت داده‌های رستری را نیز حفظ نمود. همچنین در انتها روشی جهت انتخاب بهینه نسبت فشرده‌گی به از دست دادن اطلاعات که مبتنی بر آستانه‌گذاری بوده، ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: فشرده‌سازی، جبر خطی، مقدار سینگولار، تصاویر فراطیفی

۱- مقدمه

امروزه ماتریس‌ها و جبر خطی جایگاه ویژه‌ای در فرآیندهای علمی و تحقیقاتی یافته و از آنها به عنوان ابزاری جهت تسهیل و تسریع محاسبات پیچیده و گاه سنگین استفاده می‌شود. از جمله مزایای دیگر ماتریس‌ها و جبر ماتریسی، امکان سازگاری و سهولت ارتباط آن با محیط‌های نرم‌افزاری و بخصوص محیط‌های برنامه‌نویسی بوده و همین امر نیز دلیلی بر رشد استفاده از این ابزار جالب و کاربردی شده است [۱]. در این مقاله یکی از تکنیک‌های جبر خطی به نام روش تجزیه‌ی ماتریس به مقادیر سینگولار^۱ را معرفی نموده و کاربرد آن را در پردازش رقومی تصویر^۲ و سنجش از دور بررسی می‌کنیم.

یکی از کاربردهای روش تجزیه به مقادیر سینگولار که اصطلاحاً به آن (SVD) اطلاق می‌شود، بازسازی داده‌ی رستری بزرگ، بدون تغییری در ماهیت داده‌های آن با استفاده از بازسازی ماتریس آنها به وسیله‌ی تعداد مقادیر غیرصفر سینگولار در SVD و یا تولید تقریبی داده‌های رستری با دقت دلخواه و اعمال نرخ فشرده‌سازی به آنها با استفاده از تعداد

محدودی از مقدار سینگولار می‌باشد. چنین روش فشرده‌سازی دارای کاربردهای مختلفی در سنجش از دور و GIS می‌باشد. صرفنظر از کاربرد روش فشرده‌سازی تصویر با ویژگی‌های مذکور در سنجش از دور و پردازش تصاویر، SVD می‌تواند در زمینه GIS و ایجاد وب سرویس‌های مکانی نیز مورد استفاده قرار گیرد. پیشرفت فناوری وب و پردازش‌های مکانی تحت وب، از یک طرف و توجه جهانی به اشتراک‌گذاری داده‌های مکانی در قالب زیرساخت‌های داده مکانی^۳ (SDI) از طرف دیگر، نیاز به تبادل برخط اطلاعات را ایجاد می‌نماید. در این بین، حجم بالای داده‌های مکانی در مقایسه با پهنای باند موجود (به‌خصوص در کشورهای در حال توسعه) روش فشرده‌سازی داده‌ها به شکلی مناسب که ارزش اطلاعاتی آنان نیز از دست نرود را بعنوان یک راه حل در پیش‌روی توسعه‌دهندگان زیرساخت‌های اطلاعاتی و وب سرویس‌های مکانی قرار می‌دهد. مثلاً SVD می‌تواند بعنوان روشی برای فشرده‌سازی داده‌های ارائه شده توسط سرویس‌های استاندارد و تعامل پذیر WMS^۴ و WCS^۵ که خروجی آنها بصورت رستری است، مورد استفاده قرار گیرد.

مهم‌ترین نکته در فشرده‌سازی یک تصویر حفظ کیفیت تصویر می‌باشد، هرچند در بسیاری از موارد حفظ کیفیت تصویر اولیه در فشرده‌سازی امکان‌پذیر نمی‌باشد، لیکن از دست‌دادن حداقل اطلاعات بعنوان یکی از اهداف فشرده‌سازی تصویر همواره مدنظر بوده‌است.

تحقیقات متنوعی جهت بررسی قابلیت‌های این روش در پردازش تصویر به منظور اهدافی از قبیل انتقال، نمایش و فشرده‌سازی تصاویر صورت گرفته که می‌توان به کارهای Baeza و همکاران [۲] که از این تکنیک جهت بازسازی پیش-روندهی تصاویر MRI، فشرده‌سازی تصاویر پزشکی [۳] و همچنین در پردازش تصاویر سنجش از دور به جهت تجزیه مقادیر برای طبقه‌بندی [۴]، بهبود کیفیت [۵] و نیز ثبت تصاویر [۶] صورت پذیرفته است.

هدف اصلی این مقاله ارائه‌ی روشی مناسب جهت فشرده‌سازی داده‌های رستری در عملیات سنجش از دور و سیستم اطلاعات مکانی می‌باشد، به نحوی که نسبت فشرده‌گی تصویر به از دست‌دادن اطلاعات به بهینه‌ترین حالت برقرار باشد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- تعریف SVD

SVDی ماتریس A را می‌توان با ابعاد $m \times n$ بصورت تجزیه‌ی ماتریس A به سه ماتریس U، Σ و V که با معادله (۱) نشان داده شده‌است.

$$A_{m \times n} = U_{m \times m} \Sigma_{m \times n} V_{n \times n}^T \quad (1)$$

ماتریس U و V ماتریس‌هایی متعامد بوده و Σ ماتریسی قطری با ابعاد $m \times n$ است که عناصر قطر اصلی آن شامل مقادیر سینگولار (σ) می‌باشند، به نحوی که این مقادیر بطور نزولی بر قطر اصلی ماتریس Σ قرار گرفته‌اند، رابطه‌ی (۲).

$$\sigma_{1,1} \geq \sigma_{2,2} \geq \dots \geq \sigma_{n,n} \geq 0 \quad (2)$$

۲-۲- اجزای SVD

در این قسمت بطور خلاصه نحوه‌ی استخراج سه ماتریس U ، Σ و V تشریح خواهد شد. با فرض ماتریس A با ابعاد ذکر شده، $A^T A$ ماتریس متقارن و مربعی با ابعاد $n \times n$ بوده که دارای مقادیر ویژه‌ی حقیقی، مثبت و بردارهای ویژه‌ی متعامد خواهد بود، رابطه‌ی (۳).

$$A^T A = (U \Sigma V^T)^T (U \Sigma V^T) \Rightarrow A^T A = V \Sigma^2 V^T \quad ۳$$

فرم تولید شده در معادله‌ی (۳) نشان‌دهنده‌ی این مطلب است که ماتریس Σ^2 در این رابطه‌ی براساس تعریف مقادیر ویژه، شامل مقادیر ویژه‌ی ماتریس $A^T A$ بوده که بطور نزولی مطابق رابطه‌ی (۴) بر قطر اصلی آن مرتب شده و ماتریس متعامد V نیز شامل بردارهای ویژه‌ی متناظر با مقادیر ویژه‌ی موجود در ماتریس Σ^2 خواهد بود.

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r \geq \lambda_{r+1} = \lambda_{r+2} = \dots = \lambda_n = 0 \quad ۴$$

باید توجه داشت که مقادیر ویژه‌ی صفر نیز ممکن است وجود داشته‌باشد و تعداد مقادیر ویژه‌ی غیر صفر برابر با Rank ماتریس $A^T A$ خواهد بود. با توجه به مطالب گفته‌شده مقدار سینگولار عبارتست از ریشه‌ی دوم مقادیر ویژه‌ی ماتریس Σ^2 ، که بصورت رابطه‌ی (۵) نمایش داده شده‌است [۷].

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} \quad ۵$$

شایان ذکر است که اگر ماتریس A دارای $\text{Rank}(A) = r$ باشد، آنگاه Rank ماتریس $A^T A$ نیز برابر r خواهد بود و تعداد r نیز برابر با تعداد مقادیر ویژه‌ی غیر صفر ماتریس Σ^2 می‌باشد. براساس تئوری مطرح‌شده ماتریس V به دو زیر-ماتریس بصورت رابطه‌ی (۶) تقسیم خواهد شد [۷].

$$V_1 = [v_1, v_2, \dots, v_r] \quad V_2 = [v_{r+1}, v_{r+2}, \dots, v_n] \quad ۶$$

که ماتریس V_1 شامل بردارهای ویژه‌ی متناظر با مقادیر ویژه‌ی غیر صفر بوده و ماتریس V_2 نیز شامل بردارهای ویژه‌ی متناظر با مقادیر ویژه‌ی صفر می‌باشد.

ساختار ماتریس Σ ، ماتریسی قطری بوده که مقادیر سینگولار روی قطر اصلی آن قرار دارند. از اینرو با تشکیل زیر-ماتریس مربعی Σ_1 با ابعاد $r \times r$ که شامل مقادیر سینگولار غیر صفر بر روی قطر اصلی آن می‌باشد، در ساختار ماتریس Σ بصورت رابطه‌ی (۷) جایگزاری می‌شود [۷].

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{m \times n} \quad ۷$$

در مورد ماتریس U نیز مطابق رابطه‌ی (۸)، می‌توان ارتباط آن را با سایر عناصر موجود در این تجزیه نشان داد.

$$AV = U \Sigma \quad ۸$$

$$[Av_1, Av_2, \dots, Av_r, Av_{r+1}, \dots, Av_n] = [\sigma_1 u_1, \sigma_2 u_2, \dots, \sigma_r u_r, 0_{r+1}, \dots, 0_n]$$

همانطور که قبلاً بیان شد σ_1 یک اسکالر بوده و بردارهای $u_{m \times 1}^i$ و $v_{n \times 1}^j$ هر دو بردارهایی ستونی می‌باشند. از ضرب ماتریس A به بردار v_i برداری هم‌بعد با بردار u_i تولید خواهد شد که از تساوی دو بردار مطرح‌شده به راحتی می‌توان بردارهای ستونی u_i را با استفاده از رابطه‌ی (۹) محاسبه نمود.

$$u_i = \frac{Av_i}{\sigma_i} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad ۹$$

رابطه‌ی (۹) محدود به استفاده از مقادیر سینگولار غیرصفر بوده و لذا با استفاده از روش فوق تنها قادر به تعیین بخشی از بردارهای ستونی ماتریس U خواهیم بود که تعداد آن برابر با تعداد Rank ماتریس $A^T A$ می‌باشد. با توجه به مطالب فوق ماتریس مفروض U بصورت رابطه‌ی (۱۰) به دو زیرماتریس تقسیم خواهد شد.

$$U = [U_1, U_2] \quad (10)$$

$$U_1 = [u_1, u_2, \dots, u_r] \quad U_2 = [u_{r+1}, u_{r+2}, \dots, u_m]$$

همانطور که در رابطه‌ی (۱۱) مشاهده می‌شود، بردارهای زیرماتریس U_2 به خاطر تناظرشان با مقادیر سینگولار صفر در ماتریس Σ هیچ تاثیری در برآورد ماتریس A ندارند.

$$U \Sigma V^T = [U_1, U_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [V_1, V_2]^T \Rightarrow [U_1, U_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [U_1, U_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 V_1^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = U_1 \Sigma_1 V_1^T + [0]_{m \times n} \quad , U_1 \Sigma_1 = A V \quad (11)$$

$$\Rightarrow U_1 \Sigma_1 V_1^T = A V_1 V_1^T = A I = A$$

۲-۳- استفاده‌ی کاربردی از روش SVD

دیدگاه کاربردی موجود، استفاده از روش SVD جهت تقریب ماتریس‌ها خواهد بود. رابطه‌ی SVD را می‌توان بصورت جمع r ماتریس هم‌بعد با ماتریس اولیه‌ی A نشان داد، رابطه‌ی (۱۲).

$$A = \sigma_1 u_1 v_1^T + \sigma_2 u_2 v_2^T + \dots + \sigma_r u_r v_r^T \quad (12)$$

همان‌طور که قبلاً بیان شد، چیدمان مقادیر سینگولار در ماتریس Σ نزولی می‌باشد و بردارهای u ارتوگونال و دارای طول واحد می‌باشند به همین خاطر منطقی به نظر می‌رسد که مجموع جبری ماتریس‌های $\sigma_1 u_1 v_1^T + \sigma_2 u_2 v_2^T + \dots + \sigma_r u_r v_r^T$ را می‌توان به این گونه که ماتریس‌های ساخته‌شده با اولین مقادیر سینگولار، اثر بزرگتر و ماتریس‌های ساخته‌شده با مقادیر سینگولارهای بعدی اثر کمتری را در میل کردن به مقدار واقعی ماتریس A را ایفا می‌کنند. این امر ناشی از نقش مقیاسی مقادیر سینگولار در تولید ماتریس‌های مذکور خواهد بود. به عبارت کلی‌تر، برای تقریب یک ماتریس می‌توان به راحتی از چند ماتریس اول ترکیب مربوطه استفاده نمود. شایان ذکر است که نحوه‌ی تاثیر ماتریس‌ها کاملاً وابسته به بزرگی مقادیر سینگولار خواهد بود.

از سوی دیگر می‌توان تصحیحات مجموع ماتریسی فوق را بصورت محلی و پیش‌رونده به قسمت دلخواهی از ماتریس اعمال نمود. تصحیح محلی برای محدوده‌ی خاصی از ماتریس برای هر مقدار سینگولار را می‌توان بصورت رابطه‌ی (۱۳) نشان داد [۲].

$$\begin{bmatrix} a_{k,l} & \dots & a_{k,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,l} & \dots & a_{m,n} \end{bmatrix} = \sigma_i \begin{bmatrix} u_k^i \\ \vdots \\ u_m^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_l^i & \dots & v_n^i \end{bmatrix} \quad (13)$$

که در این رابطه، محدوده‌ی انتخابی ماتریس در مستطیل محصور بین (k, l) و (m, n) و i نمایانگر i امین مقدار سینگولار و بردارهای u و v متناظر آن می‌باشد.

۳- استفاده و اجرای روش SVD بر سه نوع داده‌ی رستری مختلف

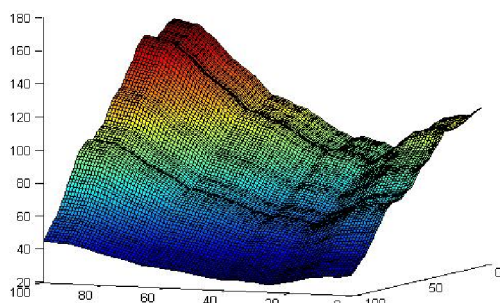
۳-۱- استفاده بر روی مدل رقومی ارتفاعی (DEM)

در این بخش، قابلیت‌های این روش در حالت‌های مختلفی بر روی DEM مورد بررسی قرار می‌گیرد. به همین منظور یک DEM که ابعاد شبکه‌ی نقاط آن مربعی و شامل 100×100 نقطه بوده (شکل ۱-الف)، مورد استفاده قرار گرفت که برای ذخیره آن می‌بایست حداقل ۱۰۰۰۰ ارتفاع بدون جزئیات مربوط به فواصل نقاط و مختصات مسطحاتی یک نقطه ذخیره گردد. با استفاده از روش SVD تنها از ماتریس اول، که معادل بزرگترین مقدار سینگولار برای تقریب سطح می‌باشد، استفاده شد که سطح نتیجه به صورت شکل (۱-ب) حاصل گردید.

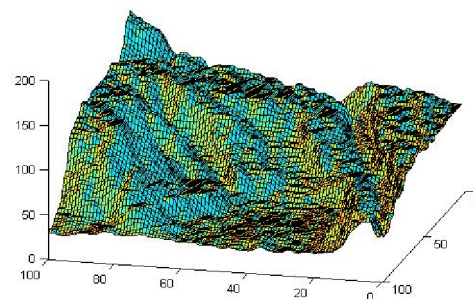
برای ذخیره‌ی داده‌های لازم جهت ترسیم این سطح تنها کافیت، بسته به اینکه از چه تعداد مقدار سینگولار استفاده شده باشد، از رابطه‌ی (۱۴) تعداد مقادیر لازم جهت ذخیره کردن را محاسبه نمود.

$$N = (m + n + 1) \times i \quad 14$$

که m تعداد سطرهای ماتریس، n تعداد ستون‌های ماتریس و i تعداد مقادیر سینگولار مورد استفاده می‌باشد.



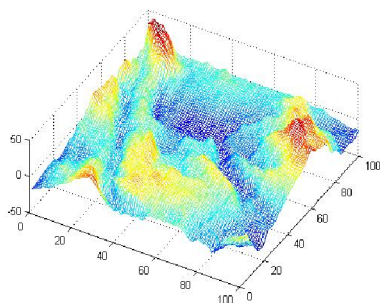
شکل ۱-ب: سطح برآوردشده توسط بزرگترین مقدار سینگولار



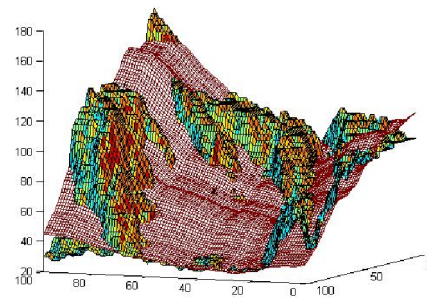
شکل ۱-الف: DEM با شبکه‌ای شامل 100×100 نقطه‌ی ارتفاعی

شکل ۱: مقایسه‌ی دو سطح DEM با سطح متناظر تولیدشده توسط بزرگترین مقدار سینگولار

با توجه به رابطه فوق مقدار داده‌ی لازم جهت ذخیره‌ی این ماتریس ۲۰۱ عدد خواهد بود، که در مقایسه با ۱۰۰۰۰ مقدار بسیار کمی است. می‌توان اختلاف دو سطح (شکل ۲-الف) و خطای آن را بصورت شکل (۲-ب) مشاهده نمود.



شکل ۲-ب: تفاضل سطح اصلی و برآوردشده



شکل ۲-الف: DEM اصلی و برآوردشده توسط بزرگترین مقدار سینگولار

شکل ۲: مقایسه‌ی دو سطح DEM با سطح متناظر تولیدشده توسط بزرگترین مقدار سینگولار و تفاضل آنها

گزارشی آماری از وضعیت این دو سطح و همچنین وضعیت اختلاف آنها را می‌توان در جدول (۱) مشاهده نمود.

جدول (۱): نتایج مقایسه آماری سطح اصلی و برآوردشده توسط SVD

سطح	میانگین ارتفاع	انحراف معیار
اصلی	۸۱/۲۲۰۹	۳۳/۰۵۵۸
SVD	۸۱/۴۲۰۴	۳۰/۳۶۴۶
اختلافات	-۰/۱۹۹۵	۱۱/۷۵۵۲

با افزودن مقادیر سینگولار بیشتر به فرآیند و استفاده از ماتریس‌های بیشتر می‌توان به دقت تقریب مربوطه افزود. یعنی میزان تصحیحات اعمال شده به هر گرید برای ماتریس‌های مربوط به مقادیر کوچک سینگولار، کوچک می‌باشند. جدول (۲) را می‌توان به عنوان یک برآورد آماری از سطح اولیه و سطح برازش‌داده‌شده به وسیله تعداد مختلف مقادیر سینگولار برای سطح مفروض نشان داد.

جدول (۲): نتایج آماری (انحراف معیار - میانگین) سطح تولیدشده با تعداد مختلفی از مقادیر سینگولار و اختلاف آنها با سطح اصلی

تعداد مقادیر سینگولار	میانگین سطح SVD	انحراف معیار سطح SVD	میانگین سطح اختلاف	انحراف معیار سطح اختلاف
۱	۸۱/۴۲۰۴	۳۰/۳۶۴۶	-۰/۱۹۹۵	۱۱/۷۵۵۱
۲	۸۱/۱۸۰۵	۳۲/۲۷۹۹	۰/۰۴۰۳	۷/۵۶۶۹
۵	۸۱/۲۲۰۰	۳۲/۸۰۵۵	۰/۰۰۰۴	۴/۰۶۹۴
۷	۸۱/۲۲۰۰	۳۲/۹۲۳۲	۰/۰۰۰۸	۲/۹۷۹۲
۲۲	۸۱/۲۲۰۹	۳۳/۰۴۱۳	۰/۰۰۰۰	۰/۹۷۴۳
۴۹	۸۱/۲۲۰۹	۳۳/۰۵۳۱	۰/۰۰۰۰	۰/۴۱۶۲
۵۰	۸۱/۲۲۰۹	۳۳/۰۵۳۳	۰/۰۰۰۰	۰/۴۰۱۹

همانطور که مشاهده می‌شود، مقدار میانگین سطح SVD با تقریب بسیار بالایی اطراف مقدار میانگین سطح اولیه می‌باشد و انحراف معیار سطح SVD نیز بعد از استفاده از چند مقدار سینگولار با دقت بسیار خوبی با انحراف معیار سطح اولیه مطابقت داشته و همچنین میانگین تصحیحات به صفر میل می‌کند. نهایتاً انحراف معیار کوچک آن نیز نمایانگر کشیدگی بالای تابع PDF^۶ آن بوده که نشانگر تمرکز اندازه‌ی تصحیحات به مقدار صفر می‌باشد.

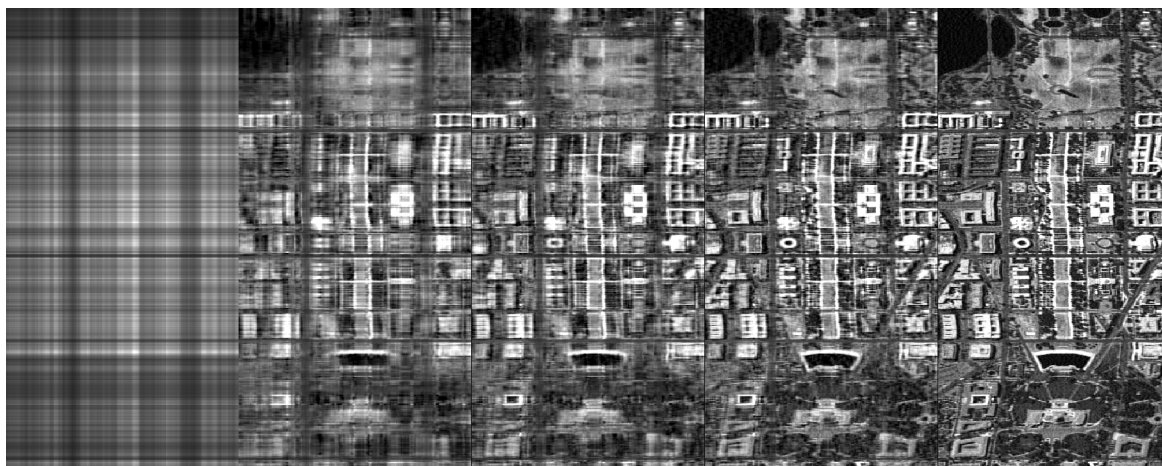
۳-۲- استفاده بر روی یک باند از تصویر فرایطیفی

هر تصویر را می‌توان بصورت آرایه‌ای منظم از پیکسل‌ها در نظر گرفت که می‌توان آنرا در یک ماتریس ذخیره نمود. فرم ایده‌آل ذخیره‌سازی یک تصویر در یک ماتریس، جایگذاری مقادیر پیکسلی^۷ در محل سطر و ستون ماتریس می‌باشد. لذا می‌توان به وسیله‌ی تکنیک SVD اولاً تقریبی از تصویر اولیه را بسته به میزان دقت دلخواه تولید نموده و یا حجم داده‌ی لازم جهت احیای تصویر را کاهش داد، که میزان کاهش داده یا به عبارت جامع‌تر فشرده‌سازی تصویر وابسته به میزان تقریبی است که کاربر مایل به آن می‌باشد. شکل (۳)، باندی از یک تصویر فرا طیفی بوده که ابعاد ماتریس آن ۱۰۰۰×۳۰۰ می‌باشد. به عبارت دیگر، برای ذخیره‌کردن این تصویر می‌بایست ۳۰۰۰۰۰ عدد ذخیره‌شود (که بسته به قدرت تفکیک رادیومتریکی سنجنده می‌توان فضای ذخیره‌سازی را به راحتی محاسبه نمود).



شکل ۳: یک باند از تصویر فراطیفی با ابعاد ۱۰۰۰×۳۰۰ پیکسل

چند تقریب از تصاویر به همراه مقادیر لازم جهت ذخیره سازی و همچنین درصد فشرده سازی را بصورت شکل (۴) می توان مشاهده نمود.



نرخ فشرده سازی	۵۶.۲۰٪	۷۷.۸۸٪	۸۶.۵۶٪	۹۵.۲۳٪	۹۹.۵۷٪
تعداد مقدار سینگولار	۱۰۱	۵۱	۳۱	۱۱	۱
فضای ذخیره سازی	۱۳۱۴۰۱	۶۶۳۵۱	۴۰۳۳۱	۱۴۳۱۱	۱۳۰۱

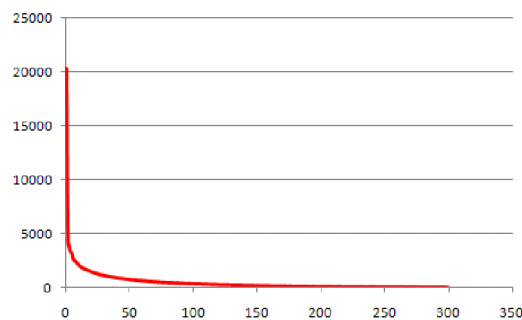
شکل ۴: فشرده سازی برای تعداد مقدار سینگولار مختلف

همانطور که در شکل (۴) مشاهده می شود، از یک حد آستانه به بعد، تغییرات محسوسی در تصویر مشاهده نمی شود. لذا از این تکنیک می توان برای فشرده سازی تصاویر استفاده نمود. نرخ فشرده سازی محاسبه شده در هر یک از موارد فوق از طریق رابطه ی (۱۵) محاسبه شده است.

$$Compression_Rate = \left(1 - \frac{SVD_Size}{Original_Size} \right) \times 100 \quad ۱۵$$

ارتباط بین نرخ فشرده سازی و تعداد مقادیر سینگولار مورد استفاده جهت بازسازی ماتریس اولیه ی تصویر، خطی می باشد و این عامل به خاطر عبارت SVD Size در رابطه ی (۱۵) بوده، که تنها متغیر وابسته به تعداد مقدار سینگولار می باشد و شیب آن بسته به ابعاد تصویر متغیر است.

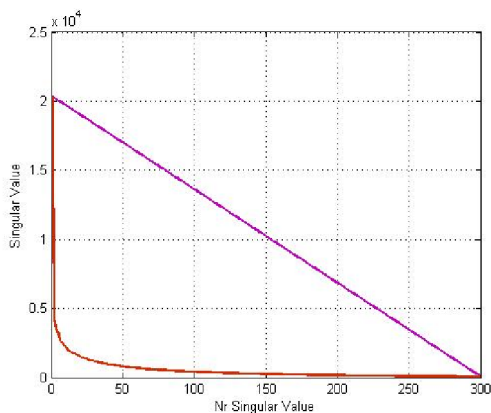
همچنین جهت درک بهتر وابستگی مقدار اطلاعات محاسبه شده با بزرگی مقادیر سینگولار موجود در ماتریس Σ می توان مقادیر سینگولار روی قطر اصلی ماتریس مذکور را به ترتیب در نمودار شکل (۵) نشان داد.



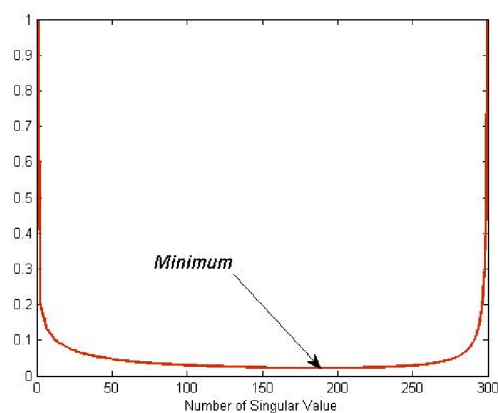
شکل ۵: نمودار نشان‌دهنده روند تغییر مقادیر سینگولار در قطر اصلی ماتریس Σ

همانطور که مشاهده می‌شود می‌توان با ترسیم نمودار فوق برای هر تصویر، تعداد مقادیر سینگولاری را که بیشترین تاثیر را در برآورد نهایی ایفا می‌کنند از طریق یک حدآستانه در نمودار برآورد نمود. بدیهی است، جایی که نمودار نمایش داده‌شده شروع به میل کردن به سمت صفر می‌کند، محل مناسبی جهت انتخاب حدآستانه مناسب جهت حفظ بیشترین اطلاعات تصویری و همچنین نرخ فشرده‌سازی مناسب می‌باشد.

روش تجربی-ای که در این مقاله جهت یافتن بهترین تعداد مقدار سینگولار جهت بازسازی تصویر مورد استفاده قرار گرفت، با برازش خطی به نقاط ابتدا و انتهای نمودار شکل (۵) دو نمودار بصورت نمودار شکل (۶) ترسیم شد و با استفاده از تکنیک Continuum Remove نموداری بصورت نمودار شکل (۷) تولید گردید.



شکل ۶: نمودار خط واصل بین شروع و انتهای نمودار شکل (۵)



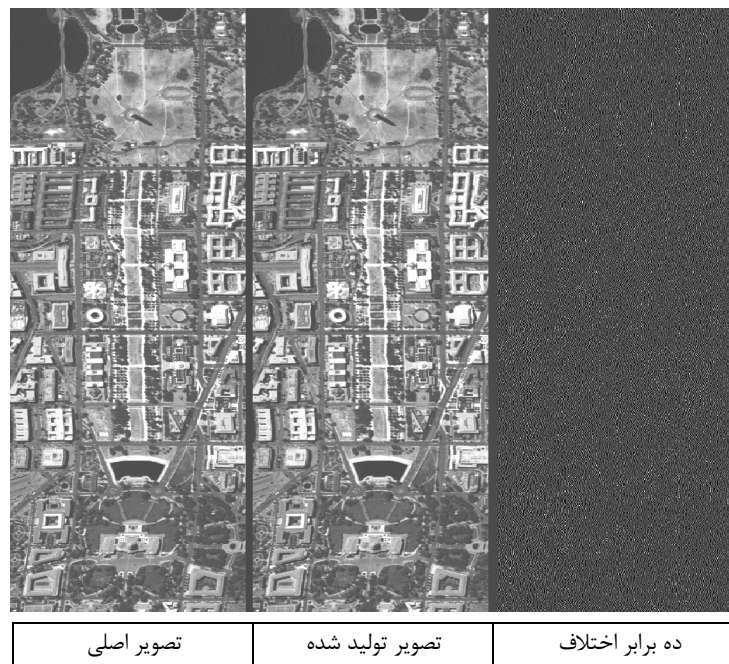
شکل ۷: نمودار حاصل تقسیم مقادیر متناظر دو نمودار شکل (۶)

مقدار کمینه‌ی نمودار شکل (۷) در تعداد مقدار سینگولار ۱۷۹ بوده، که با توجه به رابطه‌ی (۱۵) نرخ فشرده‌سازی معادل ۲۲.۳۷٪ را تامین می‌کند. در جدول (۳)، پارامترهای آماری تصویر اصلی و تصویر تولیدشده با ۱۷۹ مقدار سینگولار نمایش داده شده‌است.

جدول (۳): جدول مقایسه آماری درجات خاکستری در دو تصویر اصلی و برآوردشده

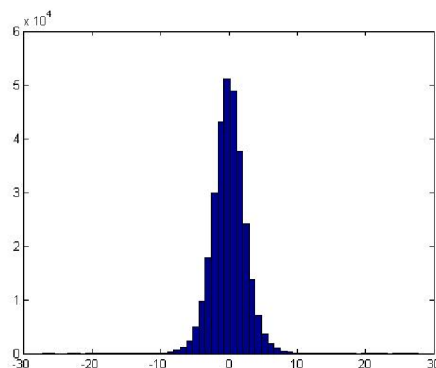
تصویر	میانگین درجه خاکستری	انحراف معیار
اصلی	۳۵/۳۳۲۲	۲۳/۷۳۵۸
برآورد شده	۳۵/۳۳۲۲	۲۶/۶۲۹۸
اختلافات	~ ۰	۲/۳۷۸۱

تصویر اصلی، تصویر تولیدشده با ۱۷۹ مقدار سینگولار و تصویر اختلاف این دو را می‌توان در شکل (۸) مشاهده نمود. شایان ذکر است که جهت بارزسازی، خطای نمایش داده‌شده ده برابر گردیده است.



شکل ۸: تصویر اصلی، تصویر تولیدشده و ده برابر اختلاف

هیستوگرام توزیع اختلافات را می‌توان در نمودار شکل (۹) مشاهده نمود. همانطور که واضح است، این نمودار شباهت زیادی به تابع توزیع گوسی با کشیدگی زیاد داشته که نشان دهنده تصادفی بودن مقادیر اختلافات می‌باشد.



شکل ۹: هیستوگرام توزیع مقادیر اختلاف بین تصویر اصلی با تصویر برآوردشده توسط حدآستانه‌ی تجربی

۳-۳- استفاده از روش SVD به صورت پیشرونده بر روی یک تصویر

از دیگر قابلیت‌هایی که می‌توان برای این روش مطرح کرد، فشرده‌سازی ناحیه‌ای تصویر می‌باشد [۲]، که می‌توان بخشی از تصویر را که از اهمیت بالاتری به لحاظ رادیومتریکی برخوردار است، با تعداد مقادیر سینگولار بیشتری نسبت به سایر نواحی بازسازی نمود. با این تکنیک می‌توان از آن در نمایش داده‌های سنگین رستری از طریق اینترنت استفاده

نمود که کاربر فقط منطقه‌ی دلخواه خود را در تصویر واضح نموده و سایر قسمت‌هایی که از اهمیت کمتری برخوردار است را با کیفیت کمتری مشاهده می‌کند. این فرآیند نیز موجب ایجاد نرخ مناسبی از فشردگی شده و می‌توان از آن در بهبود فرآیند بارگذاری تصاویر هنگام ارسال بصورت آنی^۸ نیز استفاده نمود. نمونه‌ی اجراشده‌ی این روش را می‌توان در شکل (۱۰) مشاهده نمود. تصویر موردبحث با نرخ فشردگی ۷۹.۳۹۳٪ تنها شامل اطلاعات دقیقی در محدوده‌ی خاصی از تصویر است که مدنظر کاربر بوده و سایر نواحی تصویر در حد تشخیص کلی تقریب زده شده‌است. در شکل (۱۰) تصویر از پنج منطقه‌ی انتخابی^۹ که زیر مجموعه‌ی همدیگر (دارای همپوشانی صد درصد مناطق بزرگتر با کوچکتر) هستند، تشکیل شده‌است.



شکل ۱۰: تصویر فشردگی‌شده به روش پیش‌رونده

مسأله‌ای که در روش پیش‌رونده تصحیحات به تصویر وجود دارد، استلزام زیرمجموعه بودن مناطق انتخابی در روند تصحیح تصویر می‌باشد. زیرا در غیراینصورت اثر بخشی از مقادیر سینگولار موثر در روند بازسازی مناطق دلخواه لحاظ نخواهد شد.

۴- نتیجه گیری

روش تجزیه به مقادیر سینگولار یک تکنیک کاربردی در جبرخطی می‌باشد. لذا لازم است در مورد کاربردهای آن در شاخه‌های مختلف مهندسی اعم از علوم ژئوماتیک تحقیقاتی صورت‌پذیرد.

با استفاده از این روش نمی‌توان با درصد بالایی از فشردگی به مقادیر واقعی DNها دست‌یافت. لذا تصویر بیش از حد فشردگی به این روش، اطلاعات رادیومتریکی تصاویر را که از اهمیت زیادی در سنجش از دور برخوردار هستند، از بین برده و عملاً پروسه‌هایی را که وابسته به داده‌های رادیومتریکی اصلی مثل تبدیل DN به رادیانس، یا بررسی رفتار طیفی عوارض و سایر روش‌هایی که منجر به استخراج کمیت‌های فیزیکی از DNها می‌شود، مختل می‌کند. اما فشردگی داده‌ها با نرخ متعارف در فرآیندهایی مثل طبقه‌بندی‌کننده‌های آماری که به تحلیل آماری در فضای چند-طیفی می‌پردازند، تاثیر فاحشی ایجاد نمی‌کند. علت این امر آنامولی‌های کمی است که در درجات خاکستری وجود داشته و نهایتاً تمایزهای طیفی موجود در تصاویر حفظ خواهند شد. ولی در نهایت می‌بایست این فرضیه مورد بررسی قرار گیرد که در قسمت افق تحقیقاتی آینده به آن اشاره شده‌است.

کاهش حجم اطلاعات موجب می‌شود که بتوان داده‌های حجیم را در باندهای باریک اطلاعاتی به سهولت انتقال داد و زمان انتقال داده‌ها را کاهش داد. از سوی دیگر، لزوم تولید قالبی مدون برای تصاویر تولیدشده به این روش به علت محاسن آن لازم به نظر می‌رسد.

یکی از معایب ارسال تصویر و بازسازی هم‌زمان داده‌های دریافت‌شده در باندهای باریک انتقال اطلاعات، بارگذاری خط به خط تصویر می‌باشد. اما با این روش می‌توان با ارسال داده‌هایی معادل چند سطر از تصویر اصلی، با تقریبی کل تصویر اصلی را بطور سراسری احیانمود.

۵- پیشنهادات

استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی جهت تامین هم‌زمان نرخ فشرده‌سازی مناسب و کیفیت بصری تصویر که می‌توان آن را با تلفیقی از پارامترهای آماری مربوط به بافت و مقادیر سینگولار تامین کرد.

بررسی و تحقیق در مورد قابلیت‌های این تکنیک در تلفیق تصاویر.

بررسی داده‌های فشرده شده و اصلی در طبقه‌بندی و مقایسه نتایج طبقه‌بندی.

استفاده این تکنیک در داده‌های با فرمت BIP^۱ و BIL^{۱۱} که با همین فرمت در یک ماتریس ساختار یافته‌اند.

۶- پانوش

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------|
| 1. Singular Value Decomposition | 7. Digital Number (DN) |
| 2. Digital Image Processing | 8. Real Time |
| 3. Spatial Data Infrastructure | 9. Region Of Interest (ROI) |
| 4. Web Map Service | 10. Band Interleave Pixel |
| 5. Web Coverage Service | 11. Band Interleave Line |
| 6. Probability Distribution Function | |

مراجع

1. Gonzalez, R. C., Wood, R.T., 2002, *Digital Image Processing*, Prentice-Hall, USA.
2. Baeza, I., Verdoy, J. A., Villanueva, R. J., Villanueva-Oller, J., 2009, *SVD Lossy Adaptive Encoding of 3D Digital Images for ROI Progressive Transmission*, Image and Vision Computing Journal, 49:71-83.
3. Mohan, B. C., Srinivaskumar, S., Chatterji, B. N., 2008, *A Robust Digital Image Watermarking Scheme using Singular Value Decomposition, Dither Quantization and Edge Detection*, ICGST-GVIP Journal, Vol. 8, Issue 1, pp. 17-23.
4. Herries, G., Selige, T., Danaher, S., 1996, *Singular Value Decomposition in Applied Remote Sensing*, IEEE Colloquium on Image Processing for Remote Sensing London 13 Feb 1996 pp. 5/1 - 5/6.
5. Hegde, G. M., Ye, C., 2008, *Singular Value Decomposition Filter: an Effective Method to Enhance the SwissRanger, SR-3000's Range Images* International Journal of Intelligent Control and Systems Vol. 13, NO. 4, pp. 242-250.
6. Zhao, D., An, M., Jiang, Z., 2007, *Application of a Registration Method Based on SVD in Detecting Moving Object of Dynamic Background*, Automatic Target Recognition and Image Analysis, and Multispectral Image Acquisition. 15-17 November 2007, Wuhan, China.
7. Hourigan, J. S., McIndoo, L. V., 2001, *Linear Algebra and Methods*, NY: John Wiley.